

Informe Final

Detector Cherenkov de Agua

Universidad de San Carlos de Guatemala

Facultad de Ingeniería

Unidad de EPS

Práctica Final

Licenciatura en Física Aplicada

Rodrigo de León Ardón

Carné: 2007-15096

Asesor: M. Phil. E. Anibal Cifuentes Anleu

7 de febrero de 2012

Índice

1. Introducción	3
2. Cronograma de actividades realizadas	4
3. Resultados	5
3.1. Descripción clásica de un medio material	5
3.2. Radiación de Cherenkov	9
3.3. Detector de Cherenkov de Agua, WCD	12
3.3.1. Tubo Fotomultiplicador	14
3.3.1.1. Fotocátodo	15
3.3.1.2. Sistema óptico para electrones	17
3.3.1.3. Multiplicador de electrones	18
3.3.1.4. Tiempos Característicos	19
3.4. Circuito equivalente del tubo fotomultiplicador	20
3.4.1. Respuesta a una pulso de luz de un centelleador	21
3.5. Tratamiento electrónico de la señal	23
3.5.1. Circuito Integrador	23
3.5.2. Analizador Multicanal, AMC	24
3.6. Simulaciones	26
4. Conclusiones	29
5. Bibliografía	30

1. Introducción

La práctica final consistió en la investigación de un detector utilizado en la física experimental de altas energías, el cual se basa en la radiación electromagnética de Cherenkov en el agua. La radiación de Cherenkov se produce cuando una partícula cargada atraviesa un medio dieléctrico, medio material constituido esencialmente por dipolos, a una velocidad mayor a la velocidad de la luz en dicho medio.

En general, el detector consiste en un radiador (medio dieléctrico) y un tubo fotomultiplicador que recolecta la radiación. El tubo fotomultiplicador es un transductor lumínico, convierte intensidad de radiación en una señal eléctrica. Ésta señal es tratada electrónicamente con el objetivo de realizar mediciones de carga, dado que dichas mediciones se relacionan con la energía del evento. El ruido inherente del tubo fotomultiplicador y el de los dispositivos electrónicos, se encuentra fuera del alcance de ésta investigación.

Como resultado se simuló la señal de respuesta, histograma de carga, para varios eventos en condiciones ideales. Con el cual se puede determinar la energía promedio entregada al detector.

2. Cronograma de actividades realizadas

El cuadro 1 indica el progreso de la investigación en que se trabajó.

30-31 Agosto, 1-30 Septiembre	Radiación de Cherenkov
3-31 Octubre	Detector Cherenkov de Agua
1-25 Noviembre	Instrumentación nuclear y simulación

Cuadro 1: Cronograma general de trabajo realizado.

En la sección de *Radiación de Cherenkov* se estudió

- La materia desde un punto vista clásico.
- El fenómeno de Cherenkov.
- Propiedades específicas empleadas por detectores.

En la sección de *Detector Cherenkov de Agua* se estudió

- La estructura básica del detector.
- Las propiedades de sus componentes.
- Aplicaciones a la física de altas energías.

En la sección de *Instrumentación nuclear y simulación* se trabajó y estudió

- La instrumentación nuclear.
- La electrónica de la instrumentación.
- Simulación de la señal de respuesta de eventos básicos.

Se trabajó 5 horas diarias en promedio, así completando un total de 430 horas aproximadamente.

3. Resultados

3.1. Descripción clásica de un medio material

Un medio material está constituido por un gran número de átomos o moléculas. Cuando se aplica un campo eléctrico al medio, la distribución de carga molecular es distorsionada; en consecuencia, cada momento multipolar de la distribución es afectado. Como primera aproximación, el momento multipolar dominante es el *dipolar*.

La respuesta *dieléctrica* del medio está determinada por el vector de *polarización eléctrica*, \mathbf{P} . El cual se define como

$$\mathbf{P} = \sum_i N_i \langle \mathbf{p}_i \rangle \quad (1)$$

donde \mathbf{p}_i es el momento dipolar del *i*-ésimo tipo de molécula en el medio, el promedio es tomado sobre un pequeño volumen ΔV y N_i es el número promedio por unidad de volumen de moléculas de *i*-ésimo tipo. En un medio isotrópico, estos dipolos se alinean en dirección del campo eléctrico aplicado; entonces la polarización y el campo eléctrico satisfacen la relación *constitutiva*

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (2)$$

donde ϵ_0 es la *permitividad eléctrica* del vacío y χ la *susceptibilidad eléctrica* del medio. Si el medio es *dispersivo*, la susceptibilidad eléctrica es una función de la frecuencia del campo aplicado. Esto se puede expresar por medio de la *transformada de Fourier*

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \chi(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} \quad (3)$$

utilizando el *teorema de la convolución*, la expresión se reescribe

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dt' G(t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') \quad (4)$$

donde

$$G(t - t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \chi(\omega) e^{-i\omega(t-t')} \quad (5)$$

dado que sólo los valores anteriores al tiempo t y el instante mismo son físicamente aceptables, la *causalidad* impone la restricción

$$G(t - t') = 0 \quad t < t' \quad (6)$$

El *desplazamiento eléctrico* \mathbf{D} se relaciona con el campo eléctrico y la polarización a través de

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (7)$$

de (4) y (6) se obtiene la relación general lineal, causal y espacialmente local entre \mathbf{D} y \mathbf{E}

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \int_0^{+\infty} d\tau G(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) \right) \quad (8)$$

La *permitividad relativa* se define

$$\epsilon_r = 1 + \chi \quad (9)$$

su relación con ω , llamada *ley de dispersión*, se expresa por medio de (5) como

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \int_0^{+\infty} d\tau G(\tau) e^{i\omega\tau} \quad (10)$$

En general es un número complejo

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega) \quad (11)$$

que posee las propiedades

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_r(-\omega) \quad (12)$$

$$\epsilon_1(-\omega) = \epsilon_1(\omega) \quad (13)$$

$$\epsilon_2(-\omega) = -\epsilon_2(\omega) \quad (14)$$

Para una descripción más detallada de las ondas electromagnéticas que se propagan en el medio, se considera un paquete de ondas¹, descrito por

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3\mathbf{k} a(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega(\mathbf{k})t)} \quad (15)$$

¹Superposición de ondas monocromáticas.

donde U es la amplitud escalar de alguna componente del campo electromagnético. La *velocidad de fase* se define como la velocidad que posee cada onda plana que conforma el paquete

$$\mathbf{v}_f = \frac{\omega(\mathbf{k})}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}} \mathbf{k} \quad (16)$$

La relación de la frecuencia angular con el vector de onda \mathbf{k} indica que algunas ondas planas viajarán más rápido que otras. Si se toma a \mathbf{k}_0 como el vector de onda central de las ondas planas, como primera aproximación se tiene

$$\omega(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k}_0) + \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}_0) \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \quad (17)$$

La amplitud resulta

$$U(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r} - \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}_0)t, 0) e^{i(\nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{k}_0) - \omega(\mathbf{k}_0)t} \quad (18)$$

la velocidad del paquete resulta la *velocidad de grupo*, dada por

$$\mathbf{v}_g = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}_0) \quad (19)$$

Dado que el cuadrado de la amplitud es proporcional a la densidad de energía

$$|U(\mathbf{r}, t)|^2 = |U(\mathbf{r} - \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}_0)t, 0)|^2 \quad (20)$$

se observa, para ésta aproximación, que el transporte de energía ocurre con la velocidad de grupo.

Las propiedades dieléctricas se relacionan con las propiedades ópticas de dicho medio², a través de

$$n' = \sqrt{\epsilon_r} \quad (21)$$

donde n' es el *índice de refracción complejo*. El cual se reescribe como

$$n'(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega) \quad (22)$$

²En óptica, la respuesta magnética del medio es despreciable, por lo tanto la *permeabilidad magnética relativa* iguala a la unidad.

donde

$$\epsilon_1 = n^2 - \kappa^2 \quad (23)$$

$$\epsilon_2 = 2n\kappa \quad (24)$$

Físicamente, la parte real del índice se relaciona con la velocidad de fase v_f de una onda electromagnética

$$n = \frac{c}{v_f} \quad (25)$$

siendo c la velocidad de la luz en el vacío y la parte imaginaria, el *índice de atenuación*, con la pérdida por absorción de las ondas en el medio.

3.2. Radiación de Cherenkov

La *radiación de Cherenkov* se produce cuando una partícula cargada atraviesa un medio con índice de refracción n con una velocidad v que excede la velocidad de la luz c/n en dicho medio. La radiación de Cherenkov es emitida dado que el campo de la partícula cargada distorsiona la distribución de carga de las moléculas que constituyen el medio, formando dipolos a lo largo de su traza. La variación temporal de los dipolos, dado que se encuentran asimétricamente distribuidos alrededor de la trayectoria de la partícula, conlleva a la emisión de radiación electromagnética; ver figura 1 .

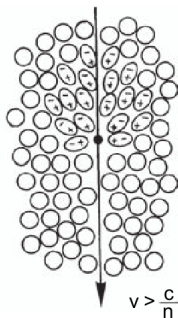


Figura 1: Trayectoria de una partícula cargada en un medio material

La radiación se observa como una onda de choque electromagnética. Se genera un frente de onda coherente cónico que forma un ángulo de $180 - \eta$ respecto a la trayectoria de la partícula, para un medio dispersivo está dado por

$$\cot \eta = \sqrt{\beta^2 n^2 - 1} + \frac{dn}{d\omega} \frac{n\omega\beta^2}{\sqrt{\beta^2 n^2 - 1}} \quad (26)$$

los fotones Cherenkov son emitidos dentro del intervalo angular

$$d\theta_C = \frac{1}{\beta n^2 \sin \theta_C} \frac{dn}{d\omega} d\omega \quad (27)$$

con un ángulo central dado por

$$\theta_C = \cos^{-1} \left(\frac{1}{n\beta} \right) \quad (28)$$

donde $\beta = v/c$, como muestra la figura 2. Por lo tanto, para un medio dispersivo³
 $\theta_C + \eta \neq 90^\circ$

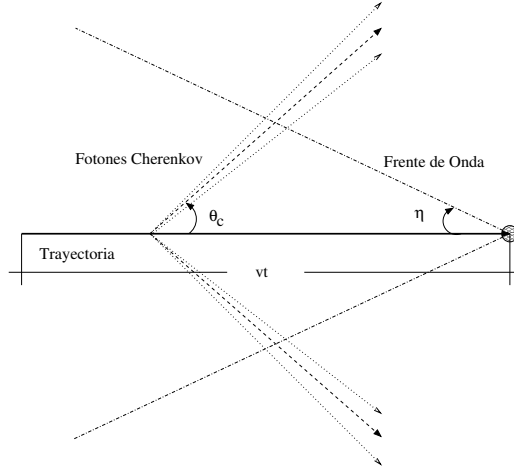


Figura 2: Geometría del frente de onda y emisión de los fotones Cherenkov.

El número de fotones emitidos por unidad de longitud, para un medio radiador infinito, es

$$\frac{dN}{dx} = \frac{z^2 \alpha}{c} \int d\omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n(\omega)^2} \right) \quad (29)$$

donde ze es la carga de la partícula y α es la constante de estructura fina. De la expresión (29) se observa que la emisión de radiación Cherenkov posee un umbral, el cual indica que la radiación es emitida si

$$\beta > \frac{1}{n(\omega)} \quad (30)$$

La pérdida de energía por emisión de Cherenkov representa un bajo porcentaje de la energía depositada por otros procesos.

³Para medios no dispersivos, el intervalo angular desaparece y el ángulo η se convierte en el complementario de θ_C .

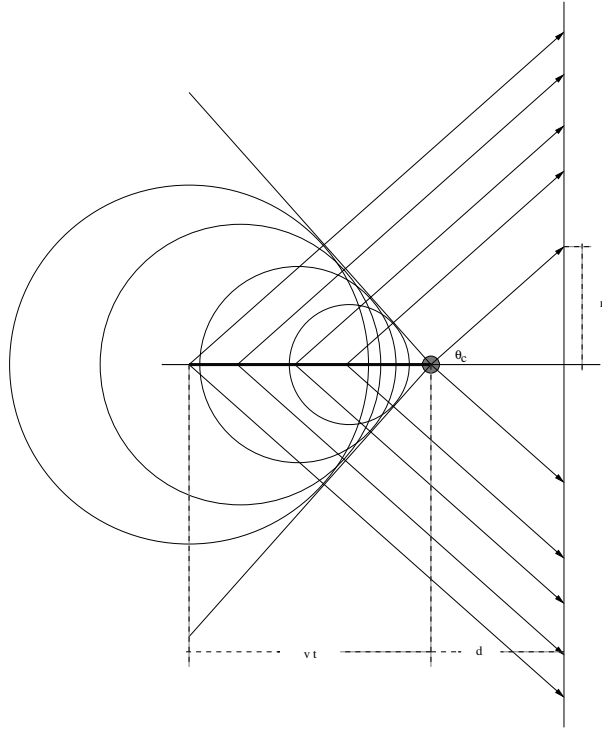


Figura 3: Ángulo de emisión, frente de onda y formación del anillo de Cherenkov, para un medio no dispersivo.

Dado que la radiación está distribuida sobre la superficie de un cono con ángulo vertical de $2\theta_C$ en un medio no dispersivo; si a una distancia d de la partícula que recorrió vt de su trayectoria rectilínea se coloca una pantalla detectora, como muestra la figura 3, en ella se observará la proyección de los conos formando el anillo de Cherenkov. El radio interno promedio del anillo está dado por

$$r = d \tan \theta_C \quad (31)$$

3.3. Detector de Cherenkov de Agua, WCD

De sus siglas en inglés, Water Cherenkov Detector (WCD), el detector es un calorímetro homogéneo. En su versión mas sencilla, consiste en un cilindro con paredes interiores reflectoras que contienen agua hiperpura como radiador⁴ y un tubo fotomultiplicador, PMT (Photomultiplier Tube); como muestra la figura 4.

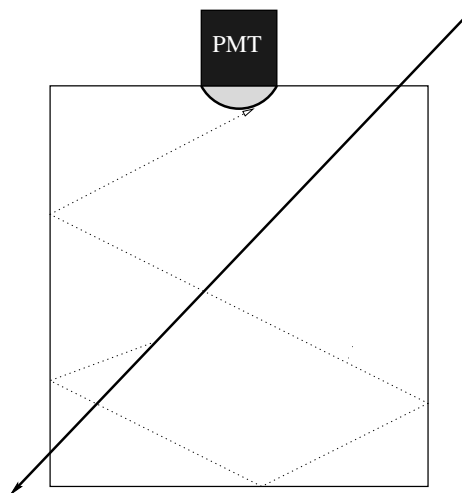


Figura 4: Detector de Cherenkov de agua.

Si una partícula cargada atraviesa el radiador y satisface (30), la radiación de Cherenkov es recolectada por el tubo fotomultiplicador. El número de fotoelectrones recolectado, $N_{f.e.}$, está dado por

$$N_{f.e.} = L \frac{z^2 \alpha}{\hbar c} \int dE \epsilon(E) \sin^2 \theta_C(E) \quad (32)$$

donde L es la longitud de la trayectoria de la partícula en el radiador y $\epsilon(E)$ la eficiencia de recolección y detección de los fotones Cherenkov. La eficiencia se puede expresar como

$$\epsilon(E) = \epsilon_{rec}(E) \epsilon_{det}(E) \quad (33)$$

⁴Medio dieléctrico dispersivo.

El primer término se relaciona con la geometría del tanque, las reflexiones y absorción de los fotones en la pared interior y la absorción en el medio. Se puede considerar que las paredes y el medio no absorben fotones en la región (E', E'') , en consecuencia, la eficiencia resulta independiente de la energía y por simplificación se supone $\epsilon_{rec} \simeq 1$. El segundo se relaciona con la eficiencia fotoeléctrica, la cual se tratará a detalle en 3.3.1.1. En general su espectro se encuentra en una región

$$\epsilon_{det}(E) = f(E) \quad E' \leq E \leq E'' \quad (34)$$

donde E' representa la energía umbral de fotoemisión. Por lo tanto, el número de fotoelectrones se puede reescribe como

$$N_{f.e.} \leq L \frac{z^2 \alpha}{\hbar c} N_0 \langle \sin^2 \theta_C \rangle \quad (35)$$

donde

$$N_0 \simeq \int_{E'}^{E''} dE f(E) \quad (36)$$

$$\langle \sin^2 \theta_C \rangle = \frac{1}{N_0} \int_{E'}^{E''} dE f(E) \sin^2 \theta_C(E) \quad (37)$$

El detector se utiliza también para fotones de alta energía, dado que al interactuar con los núcleos del radiador producen un par electrón-positrón

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+ \quad (38)$$

estos a su vez pierden su energía por *Bremsstrahlung*.

$$e^\mp \rightarrow e^\mp + \gamma \quad (39)$$

Creando así una cascada electromagnética, la cual es absorbida por el detector de dimensiones necesarias. Por lo tanto, la energía recolectada por partículas cargadas que atraviesan el tanque es proporcional a su traza y para un haz fotones de alta energía absorbido, es proporcional a la energía con el cual incide. Por las cualidades anteriores, el detector es utilizado ampliamente en la detección de GRBs ⁵, ver [7].

⁵Gamma Ray Burst, destellos de rayos gamma.

3.3.1. Tubo Fotomultiplicador

El fotomultiplicador convierte fotones de cierta longitud de onda, en una señal de corriente medible. Es un transductor lumínico extremadamente sensitivo, capaz de detectar eventos de un solo fotón. Posee una ganancia⁶ de hasta 10^9 , bajo ruido y buena respuesta temporal; lo que lo hace ideal para mediciones de señales luminosas ténues y rápidas. La figura 5 muestra la fotografía de un tubo fotomultiplicador de 9 pulgadas.



Figura 5: Tubo Fotomultiplicador XP1802

Los elementos que conforman al fotomultiplicador son

- Fotocátodo
- Sistema óptico para electrones
- Multiplicador de electrones
- Ánodo

Cuando un fotón colisiona con el fotocátodo, éste libera un fotoelectrón que es dirigido al multiplicador. Los electrones del multiplicador llegan al ánodo donde se recolecta una carga de hasta $e \times 10^9 \approx 10^{-10} C$, la figura 6 muestra el esquema general de su funcionamiento.

⁶Amplificación de fotoelectrones

Si el intervalo temporal de recolección es del orden de 10^{-6} segundos se obtiene una corriente en el ánodo de 10 mA aproximadamente.

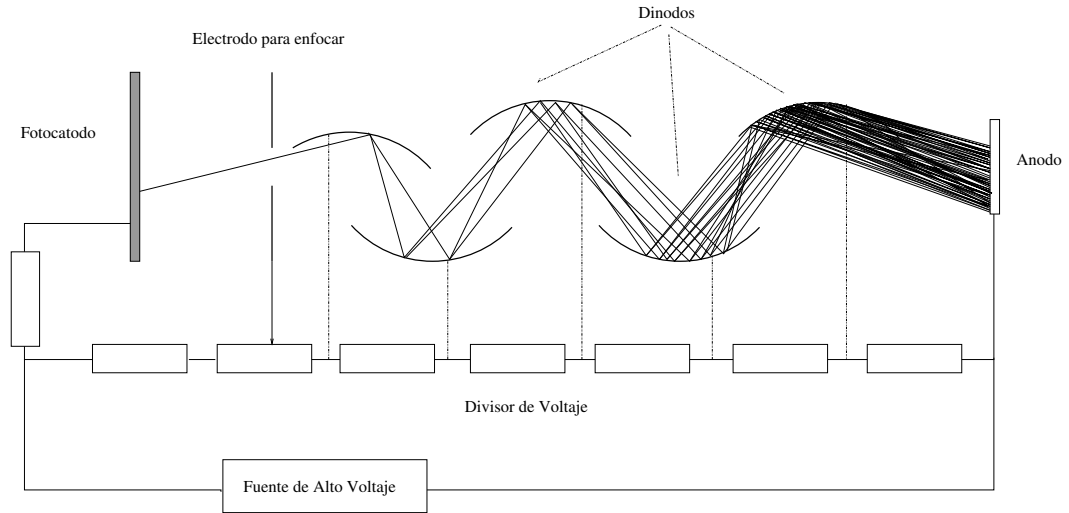


Figura 6: Funcionamiento del fotomultiplicador

3.3.1.1. Fotocátodo Es el transductor lumínico basado en el *efecto fotoeléctrico*. Los electrones ligados a los átomos del material fotosensible⁷, absorben la energía de los fotones y pueden ser liberados si el umbral impuesto por la *función de trabajo* es superado. La energía cinética del electrón libre, denominado *fotoelectrón*, está dada por

$$W = \hbar\omega - \phi \quad (40)$$

donde ϕ es la función de trabajo. El fotocátodo lo caracteriza su *eficiencia cuántica*, η , la cual representa la eficiencia de la conversión fotoeléctrica

$$\eta(\lambda) = \frac{N_{f.e.}}{N_{\gamma}(\lambda)} \quad (41)$$

⁷Comúnmente se utiliza un material semiconductor.

donde $N_\gamma(\lambda)$ representa el número de fotones incidentes con longitud de onda λ . Una cantidad equivalente es la *sensibilidad radiante del cátodo*, definida por

$$S_k \approx 0,8\lambda\eta(\lambda) \quad [mA/W] \quad (42)$$

donde λ está en nanómetros. La figura 7 muestra una curva típica de respuesta de un fotocátodo bialcalino, SbKCs. La longitud de onda para la sensibilidad máxima es 400 nm , se encuentra en el rango del violeta, el umbral de fotoemisión es en 630 nm , la sensibilidad máxima es de 90 mA/W y su eficiencia cuántica máxima es del 28 %.

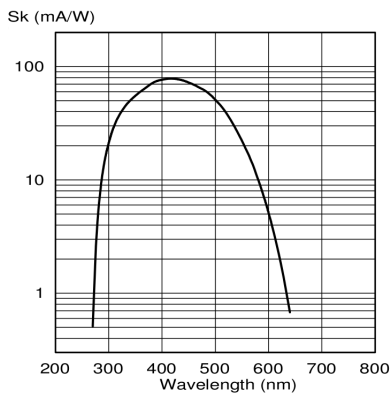


Figura 7: Curva de sensibilidad radiante del cátodo de un tubo fotomultiplicador XP1802.

3.3.1.2. Sistema óptico para electrones Los fotoelectrones emitidos deben ser recolectados y enfocados para que ingresen al multiplicador. Esto se logra por medio de un arreglo de líneas equipotenciales como muestra la figura 8.

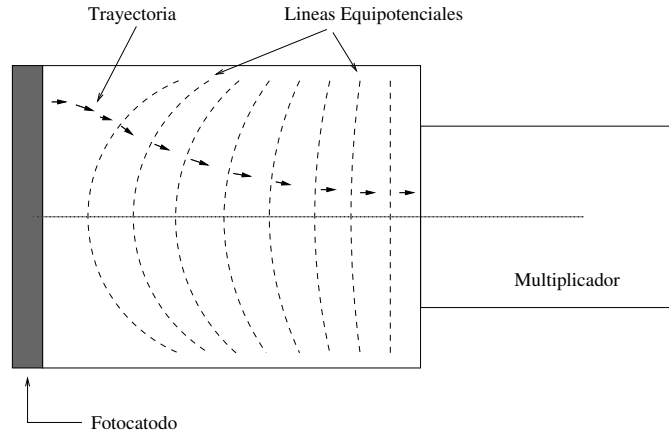


Figura 8: Sistema óptico para electrones.

El sistema debe tomar en cuenta dos factores importantes:

- La mayoría de fotoelectrones deben llegar al multiplicador independientemente de su punto de emisión.
- El tiempo de viaje del fotoelectrón, del cátodo al multiplicador, denominado *tiempo de tránsito* (TT)⁸, debe ser independiente de su punto de emisión.

La variación de el tiempo de tránsito es causado por la diferencia de trayectorias recorridas por los fotoelectrones y la energía que poseen al ser liberados por el cátodo. La diferencia por trayectoria es inherente a la geometría del sistema óptico y al punto de emisión, la cual causa la *diferencia del tiempo de tránsito*

⁸Transit Time

(TTD)⁹. Esta se estima de la longitud de las trayectorias L y $L + \Delta L$

$$\sigma_{TTD} = \Delta L \sqrt{\frac{m_e}{2eEL}} \quad (43)$$

donde m_e es la masa del electrón, e la carga fundamental y E la magnitud del campo eléctrico aplicado. La diferencia por energía causa el *ensanchamiento del tiempo de tránsito* (TTS)¹⁰, el cual es independiente del punto de emisión y se estima por medio de

$$\sigma_{TTS} = \sqrt{\frac{2m_e W}{e^2 E^2}} \quad (44)$$

3.3.1.3. Multiplicador de electrones El multiplicador amplifica la fotocorriente por medio de un arreglo de electrodos emisores secundarios o *dínodos* para producir una corriente medible. Los dínodos deben poseer un *coeficiente de emisión de electrones secundarios* δ alto, la figura 9 muestra varios tipos de geometrías para el sistema que conforman.

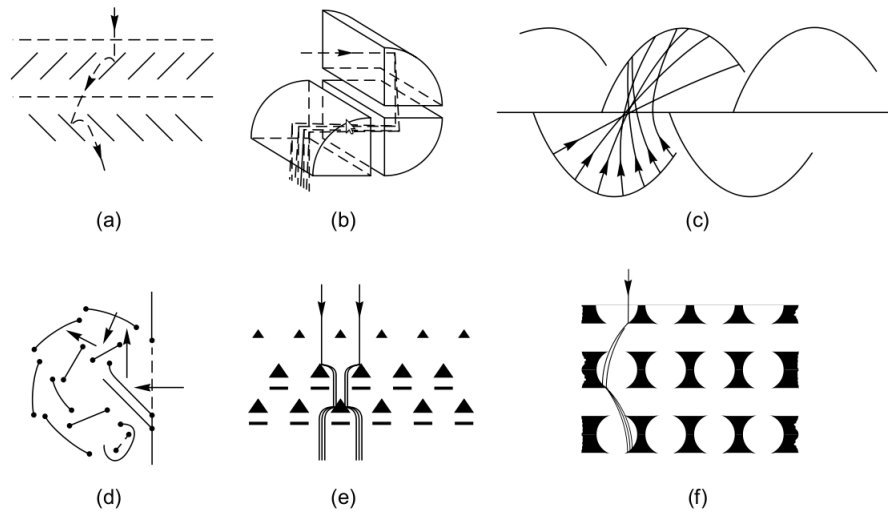


Figura 9: Configuraciones de dínodos. (a) Persiana Veneciana (b) cúbica, (c) enfoque lineal, (d) jaula circular, (e) malla y (f) hoja.

⁹Transit Time Difference

¹⁰Transit Time Spread

Para un sistema conformado por N dínodos y cada n_i dínodo posee un coeficiente de emisión δ_i , la ganancia está dada por

$$G = (\delta_1)^{n_1} (\delta_2)^{n_2} (\delta_3)^{n_3} \dots (\delta_N)^{n_N} \quad (45)$$

Esto se simplifica si $\delta_i = \text{const}$. Si V_D es el voltaje entre dínodos y K una constante de proporcionalidad, la ganancia se reescribe como

$$G = \delta^N = (KV_D)^N \quad (46)$$

Para encontrar el voltaje mínimo de la fuente V para obtener una ganancia máxima, se optimiza $V = NV_D$. El resultado indica que $N = \ln G$ y para ganancias típicas $N \sim 20$. Las variaciones de la ganancia respecto a la fuente de voltaje están dadas por

$$\frac{dG}{G} = N \frac{dV}{V} \quad (47)$$

La variación del 1% en el voltaje representa una variación del 20% en la ganancia. Por lo tanto, la estabilidad de la fuente de alto voltaje es sumamente importante; la optimización del número de dínodos entra en conflicto con las variaciones de ganancia, dado que son proporcionales al número de dínodos. En consecuencia, se deben emplear otros criterios para optimizar el multiplicador de electrones.

3.3.1.4. Tiempos Característicos Se definen tres tiempos característicos:

1. RT t_R : Rise time de sus siglas en inglés, el cual se define como el tiempo en que la corriente del ánodo se incrementa del 10% al 90% de su valor máximo.
2. FT t_F : Fall time de sus siglas en inglés, el cual se define como el tiempo en que la corriente del ánodo se decreta del 90% al 10% de su valor máximo.

3. FWHM: Full width at half maximum de sus siglas en inglés, el cual se define como el tiempo en que la corriente del ánodo es de 50% de su valor máximo.

3.4. Circuito equivalente del tubo fotomultiplicador

El circuito eléctrico equivalente del tubo es una fuente de corriente en paralelo con una resistencia R_0 y una capacitor C_0 , ver figura 10. Éste modelo es suficiente para aplicaciones de pulsos lumínicos [6].

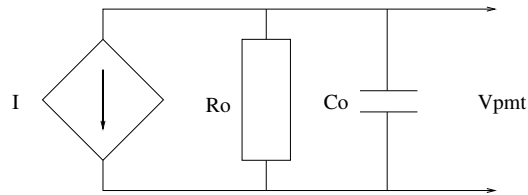


Figura 10: Circuito eléctrico equivalente del tubo fotomultiplicador.

Aplicando la *ley de nodos de Kirchoff* se encuentra la relación analítica entre la fuente de corriente y los dispositivos pasivos

$$I(t) + \frac{V_{PMT}(t)}{R_0} + C_0 \frac{dV_{PMT}(t)}{dt} = 0 \quad (48)$$

El voltaje de salida se expresa de forma integral, aplicando la *transformada de Fourier* y el *teorema de convolución*

$$V_{PMT}(t) = -\frac{e^{-t/\tau_0}}{C_0} \int_{-\infty}^t dx I(x) e^{x/\tau_0} \quad (49)$$

donde $\tau_0 = R_0 C_0$.

3.4.1. Respuesta a una pulso de luz de un centelleador

Para la evolución temporal de un proceso de reemisión de un material centelleador¹¹, se propone el modelo de decaimiento

$$N_\gamma(t) = \frac{N_0}{\alpha} e^{-t/\alpha}, \quad t \geq 0 \quad (50)$$

donde N_γ es el número de fotones en el tiempo t , N_0 el número total de fotones emitidos y α la constante de decaimiento; como primera aproximación¹². Por lo tanto, la corriente generada por el tubo, sin tomar en cuenta el tiempo de tránsito (TT), se expresa en la forma

$$I(t) = \frac{GeN_{f.e.}}{\alpha} e^{-t/\alpha}, \quad t \geq 0 \quad (51)$$

donde G es la ganancia del multiplicador, e la carga fundamental y $N_{f.e.}$ el número de fotoelectrones producidos. El voltaje en el ánodo resulta

$$V_{PMT}(t) = -\frac{GeN_{f.e.}R_0}{\alpha - \tau_0} \left(e^{-t/\alpha} - e^{-t/\tau_0} \right) \quad \alpha \neq \tau_0 \quad (52)$$

Definiendo los parámetros

$$V_0 = \frac{GeN_{f.e.}R_0}{\alpha - \tau_0} \quad (53)$$

$$k = \frac{\tau_0}{\alpha} \quad (54)$$

se obtiene

$$V_{PMT}(t) = -V_0 \left(e^{-t/\alpha} - e^{-\frac{t}{k\alpha}} \right) \quad (55)$$

el extremal del voltaje ocurre en

$$t^* = -\frac{k\alpha}{1-k} \ln k \quad (56)$$

y su valor está dado por

$$V_{PMT}^* = -V_0 \left(k^{\frac{k}{1-k}} - k^{\frac{1}{1-k}} \right) \quad (57)$$

¹¹Cuando la radiación ionizante atraviesa el material transfiere parte de su energía a los átomos y moléculas que lo constituyen, estos la reemiten en forma de destellos lumínicos.

¹²Dado que el tiempo para que se alcance la emisión máxima, es mucho menor que el tiempo de decaimiento en la mayoría de materiales utilizados.

Los tiempos característicos (Rise, Fall, FWHM) se determinan numéricamente de

$$\chi \left(k^{\frac{k}{1-k}} - k^{\frac{1}{1-k}} \right) = e^{-t_x/\alpha} - e^{-\frac{t_x}{k\alpha}} \quad (58)$$

donde $0 < \chi < 1$. Para el caso particular $\alpha = 2t_0$, donde t_0 representa una escala temporal y $k = 1/2$, el cuadro 2 muestra los tiempos calculados y la curva se observa en la figura 11.

$\chi = 0,1$	$\frac{t'_{0,1}}{t_0} = 0,0519865$	$\frac{t''_{0,1}}{t_0} = 7,32577$
$\chi = 0,5$	$\frac{t'_{0,5}}{t_0} = 0,316694$	$\frac{t''_{0,5}}{t_0} = 3,84219$
$\chi = 0,9$	$\frac{t'_{0,9}}{t_0} = 0,836755$	$\frac{t''_{0,9}}{t_0} = 2,14656$
$\frac{t_R}{t_0} = 0,7847685$	$\frac{t_F}{t_0} = 5,17921$	$\frac{t_{FWHM}}{t_0} = 3,525496$

Cuadro 2: Tabla de tiempos para pulso de luz de centelleo

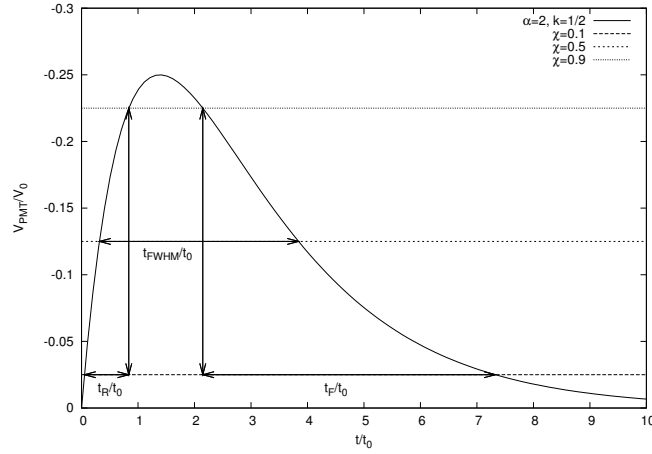


Figura 11: Voltaje de ánodo para un pulso de luz de un centellador

3.5. Tratamiento electrónico de la señal

Dado que la señal del tubo fotomultiplicador posee información física del detector, el tratamiento de dicha señal es fundamental para la interpretación. En particular, para el WCD, nos interesa las mediciones de carga, dado que se relacionan con la energía del evento; lo cual se logra por medio de un circuito integrador y un analizador multicanal.

3.5.1. Circuito Integrador

Un amplificador es un dispositivo que tiene como objetivo aumentar el valor de una señal. La figura 12 representa el modelo simplificado de éste dispositivo, el cual consiste en una fuente de voltaje controlada por una señal de entrada V . El factor k describe el aumento de la señal de entrada y para un amplificador ideal, éste se toma infinito.

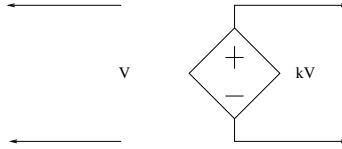


Figura 12: Modelo de un amplificador ideal. La constante k se denomina *ganancia de lazo abierto*.

El circuito integrador consiste en la amplificación ideal del circuito equivalente del tubo fotomultiplicador con una capacitancia C de retroalimentación, como se observa en la figura 13. La fuente de corriente I y el voltaje de salida V_o satisfacen

$$\frac{1}{kR_0}V_o + I + \left(\frac{C_0 + C}{k} - C \right) \frac{dV_o}{dt} = 0 \quad (59)$$

Si $k \rightarrow \infty$ el voltaje de salida, resulta

$$V_o(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t dy I(y) \quad (60)$$

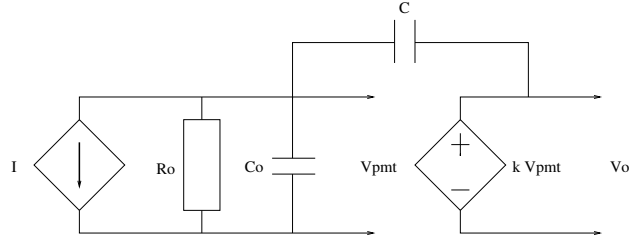


Figura 13: Circuito Integrador.

Al considerar la corriente de un pulso de un centelleador como en (51), se obtiene

$$V_o(t) = \frac{1}{C} [GeN_{f.e.}(1 - e^{-t/\alpha})] \quad (61)$$

La carga recolectada resulta

$$Q(t) = GeN_{f.e.}(1 - e^{-t/\alpha}) \quad (62)$$

De la eficiencia cuántica (41) se observa que

$$Q \propto N_\gamma \quad (63)$$

Dado que el número de fotones emitidos es proporcional a la energía entregada al material, la carga es proporcional a la energía. En general, el voltaje de salida del integrador es proporcional a la energía depositada. La figura 14, muestra la curva de carga para el evento planteado en la sección 3.4.1.

3.5.2. Analizador Multicanal, AMC

Es un dispositivo que digitaliza pulsos de entrada por medio de un convertidor análogo digital, CAD. Los pulsos son ordenados por su altura en canales de memoria. Para pulsos de voltaje, los ν canales del AMC representan diferentes voltajes, empezando con $V = 0$, el cual corresponde al canal 0 y terminando con $V = V_{max}$, el cual corresponde al canal ν . Cada i -ésimo canal representa el rango de voltaje de V a $V + \Delta V$, donde

$$V = \frac{iV_{max}}{\nu} \quad (64)$$

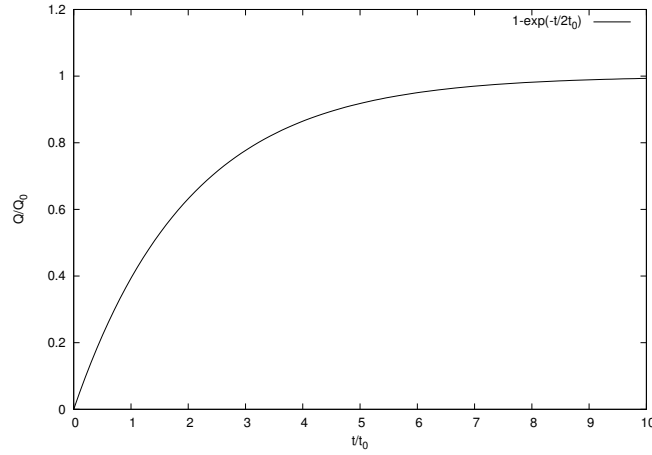


Figura 14: Carga recolectada de un pulso de luz de un centellador, donde $Q_0 = GeN_{f.e.}$.

y

$$\Delta V = \frac{V_{max}}{\nu} \quad (65)$$

Por cada pulso que ingrese al AMC con voltaje V' , una cuenta se añade a la suma en la memoria que le corresponda al canal que representa un rango de voltaje que incluya a V' . Como resultado se obtiene el histograma de los pulsos en función de su voltaje. También es utilizado para contar pulsos, sin importar su altura, para cierto intervalo de tiempo y así obtener un histograma temporal. Por lo tanto, para pulsos de carga, con el AMC se obtiene un histograma que es proporcional a la energía.

3.6. Simulaciones

Las figuras 15, 16 y 17, muestran la respuesta del circuito integrador y del AMC, dado un pulso de corriente del tubo fotomultiplicador en el WCD. Los pulsos que aparecen en cada histograma corresponden a los pulsos lumínicos que inciden al tubo fotomultiplicador. Del centro de cada pulso en el histograma, se determina la carga depositada y por lo tanto la energía. Al final de cada histograma se observa un pulso que indica la energía total entregada por todos los pulsos en el intervalo temporal de observación.

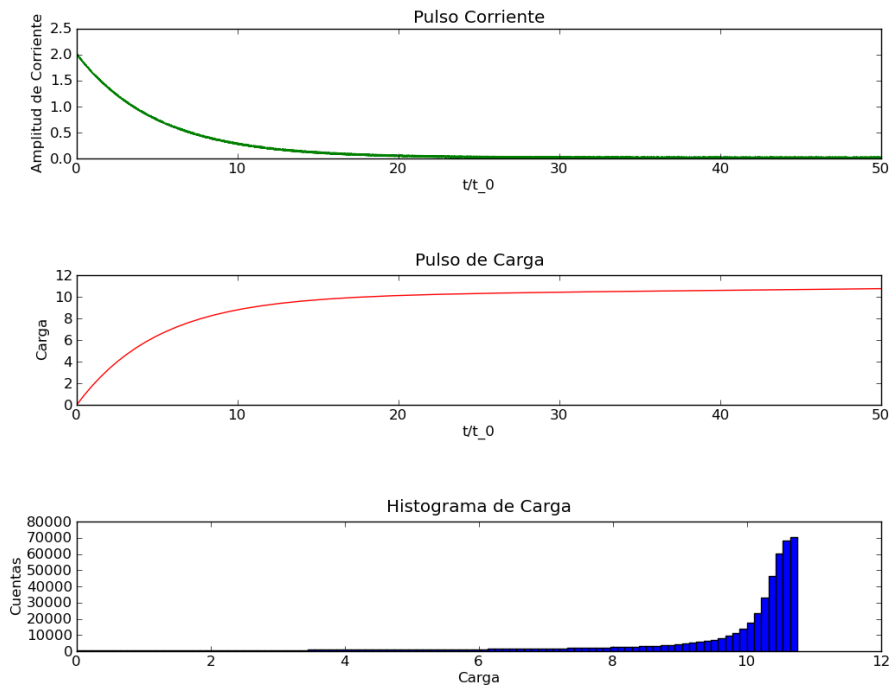


Figura 15: Simulación para un pulso que decae de forma exponencial con t_R despreciable.

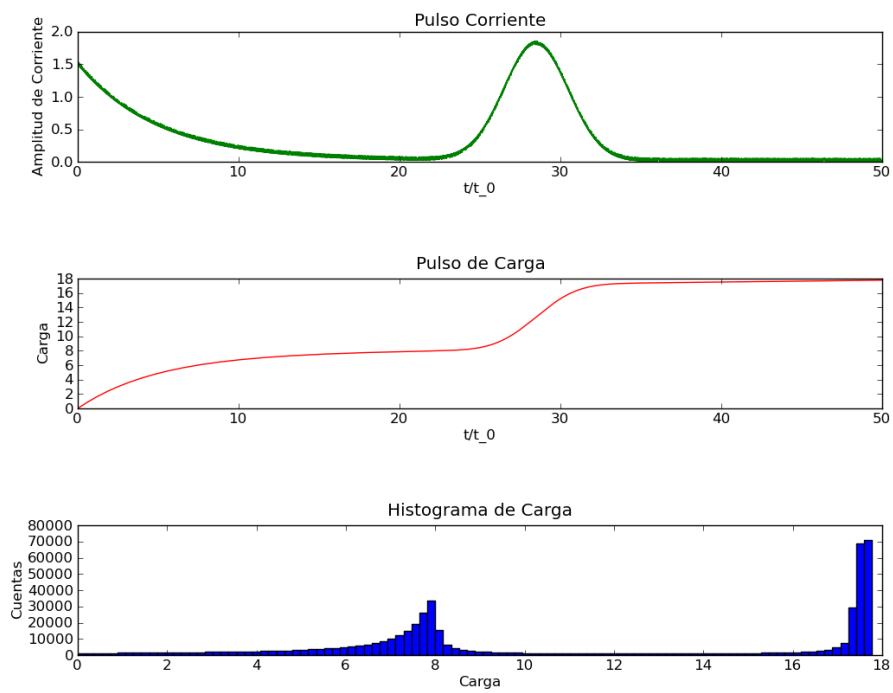


Figura 16: Simulación para un pulso que decae de forma exponencial con t_R despreciable y un destello gaussiano.

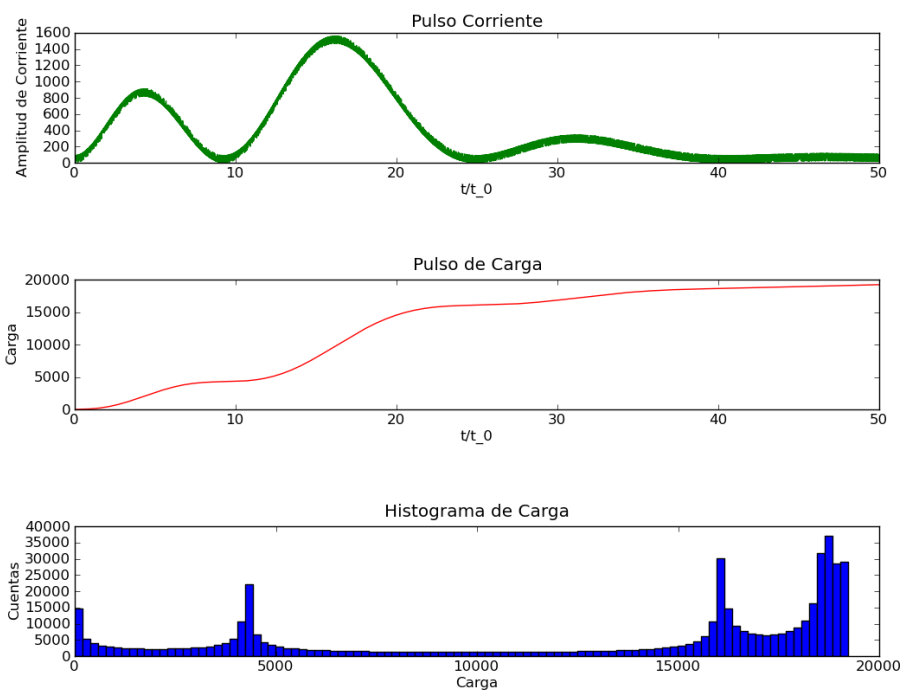


Figura 17: Simulación de varios pulsos.

4. Conclusiones

- El detector de Cherenkov de agua, es un calorímetro homogéneo. El cual se utiliza para estimar la energía recolectada por partículas cargadas que atraviesan el tanque, energía proporcional a su traza. Para un haz de fotones de alta energía, se determina por conversión.
- La señal del detector se ingresa a un circuito integrador para obtener la carga recolectada y luego a un analizador multicanal para obtener el histograma de carga. Dado que la carga es proporcional a la energía, a partir del histograma se puede estimar la energía depositada.

5. Bibliografía

Referencias

- [1] Flyckt, S-O, Carole Marmonier. *Photomultiplier Tubes: principles and applications* . France, 2002.
- [2] Fox, Mark. *Quantum Optics: an introduction*. USA: Oxford University Press, 2006.
- [3] Grupen, Claus, et.al. *Particle Detectors*. 2nd ed. USA: Cambridge University Press, 2008.
- [4] Hsu, Hwei P. *Análisis de Fourier*. México: Addison Wesley Longman, 1998.
- [5] Jackson, John David. *Classical electrodynamics*. 3rd ed. USA: John Wiley & Sons, 1999.
- [6] Leo, William R. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: a how-to approach*. 2nd ed, revised edition. Berlin: Springer-Verlag, 1994.
- [7] Velarde, A. et.al. *Large aperture Gamma Ray Observatory: the Lago project in Bolivia*. Revista Boliviana de Física 15, 32-38, 2009.
- [8] Wintenberg, A. L. , et. al. *A CMOS Integrating Amplifier for the PHENIX Ring Imaging Cherenkov Detector*. IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. 45, No. 3, June 1998, pp. 758-763.
- [9] Wright A. G. *Amplifiers for use with photomultipliers-who needs them?* Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 504 (2003), pp. 245–249.